BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№4 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2005

BİR GİRİŞLİ VƏ BİR ÇIXIŞLI SİSTEMLƏRİN OPTİMAL SİNTEZ MƏSƏLƏLƏRİNİN DİSKRET HALDA HƏLL ÜSULLARI

Z.B.HƏSƏNOVA
Bakı Dövlət Universiteti

Diskret halda bir girişli və bir çıxışlı sistemlərin optimal sintez məsələsinin həlli üçün yeni alqoritm verilir. Bu alqoritm diskret polinomların faktorizasiyasına, separasiyasına və uyğun Diofant tənliyinin həllinə əsaslanır. Kəsilməz hala uyğun olaraq bir neçə xüsusi halda məsələnin həlli xətti cəbri tənliklər sisteminin həllinə gətirilir.

Tutaq ki, z–diskret çevirməsi vasitəsilə obyektin hərəkəti aşağıdakı kimi yazılır:

$$\begin{aligned} &p(z)x_1(z) = m(z)u(z) + \psi_1(z), \\ &x_2(z) = \psi_2(z), \\ &y(z) = x(z) + \varphi(z), \end{aligned} \tag{1}$$

burada x_1 ,x_2 idarə edilən obyektin koordinatlarıdır; u-uyğun idarəedici; ψ_1, ψ_2, φ ifadələri, $k_\varphi, k_{\psi 1}, k_{\psi 2}$ korelyasiya təsvirlərinə malik olan təsadüfi ardıcıllıqlardır; p və m dərəcələri n_1, n_2 $(n_1 > n_2)$ olan polinomlardır;

$$K_{\psi 1}(z) = \frac{K_{1\psi}}{K_{2\psi}}, \quad \mathrm{K}_{\psi 2} = \frac{K_{3\psi}}{K_{4\psi}}, \quad \mathrm{K}_{\varphi} = \frac{K_{1\varphi}}{K_{2\varphi}}.$$

(1) – də olan x_2 və y müşahidələrinə əsasən tənzimləyicinin tənliyini aşağıdakı şəkildə tapmaq tələb olunur:

$$w_0(z)u = -w_1(z)(x_1 + \varphi) + w_2(z)x_2, \tag{2}$$

burada $w_0(z)$, $w_1(z)$, $w_2(z)$ z - dən asılı polinomlardır.

Beləliklə, tənzimləyicinin elə tənliyini tapmalıyıq ki, (1), (2) qapalı sistemi asimptotik dayanıqlı olsun və qərarlaşmış rejimdə aşağıdakı funksional minimum qiymət alsın :

$$I = r\left\langle (x_1 - x_2)^2 \right\rangle + c\left\langle u^2 \right\rangle,$$

burada $r(z)=\dfrac{r_1(z)}{r_2(z)}$, $c(z)=\dfrac{c_1(z)}{c_2(z)}$ çəki əmsallarıdır, $\langle\ \rangle$ -işarəsi riyazi gözləmədir. Yuxarıdakı kimi, ötürmə funksiyası $w(z)=\dfrac{1}{w_0(z)}[w_1(z), w_2(z)]$ olduqda, optimal tənzimləyicinin əmsalı $w(z)$ aşağıdakı şəkildə axtarılır:

$$w=\frac{1}{\beta+q_1 m}\left[-(q_1 p-\alpha); \mathrm{q}_2\right], \tag{3}$$

burada q_1 və q_2 əmsalları kəsilməz hala analoji olaraq hesablanır.

Uyğun olaraq aşağıdakı determinantda (tənzimləyicinin xarakteristik matrisində):

$$\det\begin{bmatrix} p(z) & -m(z) \\ \alpha(z) & \beta(z) \end{bmatrix}=p(z)\beta(z)+\alpha(z)m(z)=q(z), \tag{4}$$

α və β elə seçilməlidir ki, $q(z)$ polinomunun sıfırları vahid dairədən xaricdə olsun.

Beləliklə, $k_\varphi, k_{\psi 1}, k_{\psi 2} r(z), c(z)$ ifadələrini faktorizasiya etsək, alarıq:

$$K_{\psi 1}=\frac{\pi_1(z)\pi_1(z^{-1})}{\theta_1(z)\theta_1(z^{-1})},\quad K_{\psi 2}=\frac{\pi_2(z)\pi_2(z^{-1})}{\theta_2(z)\theta_2(z^{-1})},$$

$$K_\varphi=\frac{t(z)t(z^{-1})}{\tau(z)\tau(z^{-1})},\quad r_i(z)=\hat{r}_i(z)\hat{r}_{i*}(z^{-1}),\ c(z)_i=\hat{c}_i(z)\hat{c}_{i*}(z^{-1}). \tag{5}$$

Tənzimləyicinin əmsalı w üçün $q=1$ olduqda q_1 və q_2 (3)-ifadəsində aşağıdakı münasibətləri ödəyir:

$$q_1=-\frac{\hat{c}_2(z)\hat{r}_2(z)(\ell_{1\infty}(z)+\ell_{1+}(z))\theta_1(z)\tau(z)}{g(z)g_1(z)},$$

$$q_2=\frac{\hat{c}_2(z)\hat{r}_2(z)(\ell_{2\infty}(z)+\ell_{2+}(z))\theta_2(z)}{g(z)\pi_2(z)},$$

burada

$$l_{1\infty}(z)+l_{1+}(z)+l_{1-}(z)=$$

$$=\frac{m(z^{-1})r_1(z)c_2(z)\beta(z)-p(z^{-1})c_1(z)r_2(z)\alpha(z)g_1(z)}{g(z^{-1})\theta_1(z)\hat{r}_2(z)\hat{c}_2(z)}-$$

$$-\frac{\hat{c}_2(z^{-1})m(z^{-1})r_1(z)t(z)t(z^{-1})p(z^{-1})\theta_1(z^{-1})}{g(z^{-1})\hat{r}_2(z)\tau(z)q_1(z)}, \tag{6}$$

$$l_{2\infty}(z)+l_{2+}(z)+l_{2-}(z)=\frac{\hat{c}_2(z^{-1})\hat{r}_2(z^{-1})m(z^{-1})\hat{r}_2(z^{-1})r_1(z)\pi_2(z)}{g(z^{-1})\theta_2(z)\hat{r}_2(z^{-1})\hat{r}_2(z)}$$

$$h(z^{-1})h(z)=\frac{m(z^{-1})m(z)r_1(z)c_2(z)+p(z^{-1})p(z)r_2(z)c_1(z)}{r_2(z)c_2(z)}=$$

$$=\frac{g(z^{-1})g(z)}{\hat{r}_2(z^{-1})\hat{r}_2(z)\hat{c}_2(z^{-1})\hat{c}_2(z)}, \tag{7}$$

$$\mathrm{d}(\mathrm{z})\mathrm{d}(\mathrm{z}^{-1})=\frac{\pi_1(z)\pi_1(z^{-1})\tau(z)\tau(z^{-1})+p(z)p(z^{-1})\theta_1(z)\theta_1(z)\ell(z)\ell(z^{-1})}{\tau(z)\theta_1(z)\theta_1(z^{-1})\tau(z^{-1})}$$

$$=\frac{g_1(z)g_1(z^{-1})}{\theta_1(z)\tau(z)\theta_1(z^{-1})\tau(z^{-1})}, \tag{8}$$

belə ki, $h(z)$, $d(z)$, $d(z)$, $\hat{r}_i(z)$, $\hat{c}_i(z)$, $\pi_i(z)$, $\theta_i(z)$ $(i=1,2)$, $t(z)$, $\tau(z)$ vahid radiuslu dairənin daxilində analitikdirlər, z-dən asılı $\ell_{i\infty}(i=1,2)$ polinomları və ya $\ell_{i+}(i=1,2)$ düzgün kəsrləri vahid dairədən xaricdə qütblərə, $\theta_i(z)$-kəsirləri isə vahid dairənin daxilində qütblərə malikdir. Bütün bu şərtlər daxilində kəsilməz hala analoji olaraq W_0, W_1, W_2-ni təyin edən q_1, q_2 üçün aşağıdakı ifadələri alırıq:

$$q_1(z)=\frac{\nu(z)}{g(z)g_1(z)},\nu(z)=-(\ell_{1\infty}(z)+\ell_{1+}(z))\hat{c}_2(z)\hat{r}_2(z)\theta_1(z)\tau(z),$$
$$q_2(z)=\frac{\nu_1(z)}{g(z)},\nu_1(z)=\frac{\hat{c}_2(x)\hat{r}_2(z)(\ell_{1\infty}(z)+\ell_{1+}(z))\theta_2(z)}{\pi_2(z)}. \tag{9}$$

Onda (3)-də verilən tənzimləyicinin tənliyinin əmsalı $w(z)$ indi aşağıdakı şəkildə olar:

$$w(z)=\left[-\frac{\nu(z)p(z)-g(z)g_1(z)\alpha(z)}{\nu(z)m(z)+g(z)g_1(z)\beta(z)},\ \frac{g_1(z)\nu_1(z)}{\beta(z)g(z)g_1(z)+\nu(z)m(z)}\right].$$

Beləliklə, (2) şəklində axtarılan tənzimləyicinin tənliyi aşağıdakı şəklə gətirilir:

$$(g(z)g_1(z)\beta(z)+\nu(z)m(z))u=$$
$$=-(\nu(z_1)p(z)-g(z)g_1(z)\alpha(z))(x_1(z)+\varphi_1(z))+g_1(z)\nu_1(z)x_2(z). \tag{10}$$

Alınmış nəticəyə əsasən bir girişli və bir çıxışlı diskret hal üçün optimal sintez məsələsinin həlli aşağıdakı alqoritm ilə xarakterizə olunur:

Alqoritm 1.

1. (1)- də $p(z)$, $m(z)$ polinomları və $k_{\psi_1}(z), k_{\psi_2}(z), k_{\varphi}(z)$ kəsr rasional ifadələri formalaşdırılır.
2. $p(z)\beta(z)+\alpha(z)m(z)=1$ polinom tənliyinin $\beta(z)$ və $\alpha(z)$-ə görə həlli tapılır.
3. (5)-ə əsasən $k_{\varphi}, k_{\psi_1}, k_{\psi_2} r(z), c(z)$ ifadələrinin faktorizasiyası yerinə yetirilir.
4. (6) - (8) –dəki kəsrlər separasiya olunur.
5. $\nu(z)$, $\nu_1(z)$ polinomları (9)-dan hesablanır.
6. Tənzimləyicinin w_0, w_1, w_2 əmsalları (10) –a əsasən formalaşdırılır.

Sadələşmiş alqoritm.

Əvvəldə sintez məsələsinin daha ümumi halına, yəni təsadüfi proseslər ψ, φ rəngli küylər olan hala baxılmışdır; burada K_{ψ} və K_{φ} kəsr rasional funksiyalardır, r və c polinom və ya kəsr-rasional funksiyalar olduğu hala baxılmışdır. Əgər ψ və φ koppeliyasiya olunmayan ağ küylərdirsə, K_{ψ} və K_{φ} sabit olduqda ikinci hissədə təklif edilən alqoritm sadələşir. Bunu isbat etmək üçün əvvəlcə hazırlıq mərhələlərini yerinə yetirək. (5) - də sərbəst variyasiyalanan F_x^{ψ}, F_u^{ψ}, F_x^{φ}, F_u^{φ} ötürmə funksiyalarını (2)-də, W - ni isə (3)- də yerinə yazsaq, alarıq:

$$F_x^{\psi} = \beta + \Phi_m p, \quad F_u^{\psi} = -\alpha + \Phi_m p;$$

$$F_x^{\varphi} = m(-\alpha + \Phi_m p), \quad F_u^{\varphi} = p(-\alpha + \Phi_m p) \quad . \tag{11}$$

Beləliklə, (6)-dan alarıq ki,

$$\frac{k_0 + k_t + l_0 + l_f}{d} = \frac{\nu}{\theta}, \tag{12}$$

burada θ Qurvic polinomudur. Onda Φ üçün aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$\Phi = -\frac{\nu}{h\theta} \quad . \tag{13}$$

(3)-ü (2) – də yerinə yazdıqda, alırıq ki,

$$\omega = -\frac{(\upsilon\rho + \alpha h\theta)}{(\beta h\theta - \nu m)} = \frac{w_1}{w_0}, \tag{14}$$

yəni

$$\omega_1 = \nu p + \alpha h\theta, \omega_0 = \nu m - \beta h\theta \quad . \tag{15}$$

(13)-ü (11)-də nəzərə alsaq, $F_x^{\psi}, F_u^{\psi}, F_x^{\varphi}, F_u^{\varphi}$ - ifadələrini w_0 və W_1 ilə uyğun olaraq aşağıdakı kimi təsvir etmək olar:

$$F_x^{\varphi} = \frac{\beta h\theta - \nu m}{h\theta} = \frac{\omega_0}{\theta h}, \quad F_x^{\varphi} = \frac{\alpha h\theta + p\nu}{h\theta} = -\frac{\omega_1}{\theta h},$$

$$F_x^{\varphi} = \frac{\alpha h\theta + pv}{\theta h} = -\frac{\omega_1}{\theta h}, F_x^{\varphi} = -\frac{(\alpha h\theta + pv)p}{\theta h} = -\frac{\omega_1 p}{\theta h} \cdot \quad (16)$$

Beləliklə, (16) münasibəti [3] – da olan nəticələri ümumiləşdirməyə imkan verir və $\varphi \neq 0$ halında faza vektorunun dəyişməsi maneələrlə müşahidə olunur. (1)-də p və m polinomlarının dərəcələrini uyğun olaraq π_1 və π_2 ilə qeyd edək. Onda (12)-dən alınır ki, θ polinomunun dərəcəsi $\deg\theta = \pi_1$, ν isə h–polinomunun dərəcəsidir və π_1, π_2 ədədlərinin maksimumuna bərabərdir.

Sonra isə «obyekt (1)+ tənzimləyici (2), (15)» qapalı sisteminin xarakteristik çoxhədlisi Δ -ı tapaq:

$$\Delta = \det \begin{vmatrix} p & m \\ w_1 & -w_0 \end{vmatrix} = w_1 m - w_0 p. \quad (17)$$

w_0 və w_1 - matrislərini uyğun olaraq (15) - dən seçsək, alarıq:

$$\Delta = (\nu p + \alpha h\theta)m - p(\nu m - \beta h\theta) = h\theta(\alpha m + \beta p) = h\theta.$$

Beləliklə, burada (7)-ni nəzərə alsaq,

$$h\theta = w_1 m - w_0 p \quad (18)$$

olar.

w_0 və w_1 -ə naməlum əmsallı polinomlar kimi baxsaq, kəsilməz hala uyğun olaraq alarıq:

1)$\nu_1 = \pi_1$,

2)$\nu_1 = \pi_2$.

Tutaq ki, $\nu_1 = \pi_1 \geq \pi_2$, belə ki, φ və ψ «ağ küydür», r,c isə sıfırdan fərqlidir. Onda (3)-ə əsasən w_1 polinomunun dərəcəsi $(\pi_1 - 1)$ -i aşmamalıdır. Digər tərəfdən, bu şərt daxilində (18)-in ödənməsi üçün w_0 polinomunun dərəcəsi π_1 -ə bərabər olmalıdır. w_1 polinomunun dərəcəsinin $\pi_1 - 1$-ə bərabər olduğunu qəbul etsək, onda w_1 polinomunun özünü təyin etmək üçün π_1 sayda naməlum əmsalları tapmaq lazımdır, yəni bu halda $(2\pi_1 + 1)$ sayda tənlik alınır. $\nu_1 = \pi_1 > \pi_2$ halında analoji təhlillər belə nəticəyə gətirir ki, w_1 polinomunun dərəcəsi π_2 -yə bərabər olmalıdır. Nəticədə bu halda da naməlumların sayı ilə tənliklərin sayı bərabər olur. Polinomların əmsallarının təyin edilməsi sualında dayanaq.

Beləliklə, w_0, w, w_1 naməlumlarına görə, (18) xətti tənliyində $\boldsymbol{h}$, θ məlum olduqda aşağıdakı iki hal mümkündür:

1.Tutaq ki, $\pi_1 \geq \pi_2$, onda $v=\pi_1$ və axtarılan w_0 və w_1 polinomlarının dərəcələri uyğun olaraq π_1 və $\pi_1 - 1$ götürülür. Tutaq ki,

$$h(z) = h_0 + h_1 z + ... + h_{\pi_1} z^{\pi_1}, \quad p(z) = p_0 + p_1 z + ... + p_{\pi_1} z^{\pi_1}, \tag{19}$$

$$\theta(z) = \theta_0 + \theta_1 z + ... + \theta_{\pi_1} z^{\pi_1}, \quad m(s) = m_0 + m_1 z + m_{\pi_2} z^{\pi_2},$$

$$\begin{gathered} \omega_0(z) = \omega_0^0 + \omega_0^1 z + ... + \omega_0^{\pi_1} z^{\pi_1}, \\ \omega_1(z) = \omega_1^0 + \omega_1^1 z + ... + \omega_1^{\pi_1 - 1} z^{\pi_1 - 1}, \end{gathered} \tag{20}$$

burada h_i, p_i, θ_0, m_0 məlum həqiqi ədədlərdir.

Onda naməlum $w_0^i (i = 0,1,..., \pi)$; $w_1^j (j = 0,1,..., \pi_1 - 1)$ əmsalları (8)-ə əsaslanaraq, ölçüsü $2\pi_1 + 1$ olan xətti cəbri tənliklər sisteminin köməyi ilə təyin edilir:

$$\sum_{i=0}^{k} h^i \theta^{k-i} = \sum_{j=0}^{k} W m^{k-i} - \sum_{l=0}^{k} W_0 l p^{k-l} \quad (k=0,1,...). \tag{21}$$

2. Tutaq ki, $\pi_2 > \pi_1$, onda w_0^i, w_1^j üçün ölçüsü $\pi_1 + \pi_2 + 1$ olan (11) xətti cəbri tənliklər sistemi həll olunmuşdur. (11)-dəki k, j, i, ℓ indekslərinə aşağıdakı məhdudiyyətlər qoyulur:

$$\begin{gathered} k = 0,1,2,..., \pi_1 + \pi_2, i \leq \pi_2; k - i \leq \pi_1; j \leq \pi_1 - 1, \\ k - j \leq \pi_2, l \leq \pi_2; k - l \leq \pi_2. \end{gathered} \tag{22}$$

Əgər

$i > \pi_1, h^i = 0; k - i > \pi_1; \theta^{k-i} = 0; j > \pi_1 - 1; w^j = 0; k - j > \pi_2; m^{k-j} = 0;$

$\ell > \pi_1; w_0^\ell = 0; k - \ell > \pi_1; p^{k-\ell} = 0$ ödənilərsə, sadələşmiş alqoritm aşağıdakı addımlardan ibarətdir:

Alqoritm 2.

1. $p(z)$, $m(z)$, $r(z)$, $c(z)$ polinomları formalaşdırılır.
2. (20) polinom tənliyi həll olunur.
3. (18)-dən θ polinomu tapılır, $h(z)$-i tapmaq üçün isə (8) polinomu faktorizasiya olunur.
4. a) $\pi_1 > \pi_2$ halında (12) xətti cəbri tənliklər sistemi həll edilir.

b) $\pi_2 > \pi_1$ olduqda, (13) xətti cəbri tənliklər sistemi həll edilib (10) – dan (2) tənzimləyicinin tənliyi bərpa edilir.

ƏDƏBİYYAT

1. Aliev F.A. and LarinV.B. Control of Linear systems (Wiener- Hopf approach, H_2-optimization) Report, Istanbul Technical University. Department of Engineering Sciences, Faculty of Science and Letters SL-1 (1993).
2. Aliev F.A., Larin V.B., Naumenko K.L., Sunüev V.N. Optimizaüiə lineynıx invariantnıx vo vremeni sistem upravleniə. Kiev, Nauka Dumka, 1978, 320s.
3. Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., Shabanov M.B. Time and frequency methods for the synthesis of the regulators. Preprint Akad.Nauk Azerbajan SSR, Inst. Phys., 293 (1988), Baku (in Russian).
4. Aliev F.A., Arcasoy J.J., Hasanova Z.B. The calculation algorithms of the synthesis of the optimal systems with single input and single output (SISO-system). University of Mersin, Report-2001, 63p.
5. Aliev F.A. and LarinV.B. Generalized Lyapunov equation and factorization of matrix polynomials. Proc. 12th IFAC World Congress, Sydney, 1993, Vol.5, pp.157-159.
6. Həsənova Z.B. Bir girişli və bir çıxışlı optimal diskret sistemlərin sintez məsələsinin ədədi üsulla həlli. Bakı, MEA məruzələri, 2003, LX-cild, № (1-2).

СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ С ОДНИМ ВХОДОМ И С ОДНИМ ВЫХОДОМ

З.Б.ГАСАНОВА

АННОТАЦИЯ

Для решения задачи синтеза оптимальных дискретных систем с одним входом и с одним выходом дается новый алгоритм. Этот алгоритм основывается на факторизации, сепарации дискретных полиномов и соответствующего решения уравнения Диофанта. Соответственно в случае непрерывности, в нескольких особых случаях решение задачи приводится к решению линейной алгебраической системы уравнений.

WAYS THE DECISION OF A PROBLEM SYNTHESIS OF OPTIMUM DISCRETE SYSTEMS WITH SINGLE INPUT AND SINGLE OUTPUT

Z.B.HASANOVA

ABSTRACT

The decision methods of a problem, of synthesis the optimal system with single input and single output for discrete case. For solution the optimal discrete system with single input and single output is given the new algorithm. This algorithm is grounded factorization, separation of discrete polynomials and suitable Diofant equation. Suitable the continuity in several special cases the decision of problem is bringing to the liner algebraic system of the equations.